



Guía Docente				
Datos Identificativos			2013/14	
Asignatura (*)	Ecuacións diferenciais		Código	632G02017
Titulación	Grao en Tecnoloxía da Enxeñaría Civil			
Descritores				
Ciclo	Período	Curso	Tipo	Créditos
Grao	Anual	Segundo	Formación básica	9
Idioma	Inglés			
Prerrequisitos				
Departamento	Métodos Matemáticos e de Representación			
Coordinación	Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal, Pablo	Correo electrónico	pablo.rodriguez-vellando@udc.es	
Profesorado	Colominas Ezponda, Ignasi	Correo electrónico	ignacio.colominas@udc.es	
	París López, José		jose.paris@udc.es	
	Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal, Pablo		pablo.rodriguez-vellando@udc.es	
Web	caminos.udc.es/info/asignaturas/201			
Descrición xeral	Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y programación FORTRAN			

Competencias da titulación	
Código	Competencias da titulación

Resultados da aprendizaxe			
Competencias de materia (Resultados de aprendizaxe)			Competencias da titulación
Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en el ejercicio de la profesión. En particular, conocer, entender y utilizar la notación matemática, así como los conceptos básicos que permiten la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias para su aplicación en la resolución de problemas de Ingeniería Civil.			

Contidos	
Temas	Subtemas



1 Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

1.1. Introducción

1.1.1. Concepto de ecuación diferencial ordinaria, orden y grado.

1.1.2. Modelación de los fenómenos de la naturaleza en términos de ecuaciones matemáticas. Ecuaciones algebraicas, diferenciales y funcionales

1.1.3. Origen del cálculo diferencial: Newton y Leibniz

1.1.4. Ejemplos de problemas de la Ingeniería Civil susceptibles de ser escritos en términos de EDOs: Pandeo de pilares, movimiento oscilatorio en chimeneas de equilibrio, torsión mixta, problema de la catenaria, vibración de sistemas mecánicos de muelles,...

1.2. Soluciones generales y soluciones particulares. Problema de Cauchy y problema inverso

1.3. Integración de ecuaciones diferenciales: Métodos analíticos, gráficos y numéricos

1.4. Teorema de existencia de unicidad de soluciones de EDOs de primer orden

1.4.1 El método de las aproximaciones sucesivas de Picard

1.4.2. Teorema de Picard para ecuaciones diferenciales de primer orden

1.5. Ecuaciones diferenciales en variables separadas

1.6. Ecuaciones diferenciales homogéneas

1.6.2. Funciones homogéneas

1.6.3. Solución de ecuaciones diferenciales homogéneas

1.7. Ecuaciones diferenciales reducibles a homogéneas

1.8. Ecuaciones diferenciales exactas

1.9. Resolución de ecuaciones diferenciales mediante el uso de factores de integración

1.9.2. Factores de integración que dependen de x

1.9.3. Factores de integración que dependen de y

1.9.4. Factores de integración que dependen de

1.10. Ecuación diferenciales lineales

1.11. Ecuación diferencial de Bernoulli

1.12. Ecuación diferencial de Ricatti

1.13. Ejemplos de aplicación: Problemas geométricos, de vaciado de depósitos, problemas dinámicos, de disolución de sustancias, problemas termodinámicos y de persecuciones.

1.14. Ecuaciones no explícitas en la derivada

1.14.2. Ecuaciones resolubles en

1.14.3. Ecuaciones resolubles en y

1.14.4. Ecuaciones resolubles en x

1.14.5. Ecuaciones de Lagrange

1.14.6. Ecuación de Clairaut

1.15. Curvas y Trayectorias

1.15.2. Trayectorias ortogonales e isogonales a un haz de curvas en coordenadas cartesianas

1.15.3. Trayectorias ortogonales e isogonales a un haz de curvas en coordenadas polares

1.15.4. Curvas paralelas a una curva dada

1.15.5. Curvas envolventes a una dada

1.15.6. Curvas envolventes a una familia dada

1.15.7. Problemas geométricos, algunas curvas planas notables: Lemniscata de Bernoulli, Cardióide, Hipocicloide, Cisoide de Diocles, Caracol de Pascal, Óvalos de Cassini

1.15.8. Aplicación a problemas relacionados con la ingeniería: Curvas de flujo a



través de una presa de materiales sueltos, parábolas de seguridad, curvas de flujo eléctrico entre dos cargas de igual magnitud y signo opuesto,...



2 Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior

- 2.1. Ecuaciones diferenciales lineales
 - 2.1.1. Concepto. Ecuación homogénea y ecuación completa
 - 2.1.2. Aplicación a la resolución de problemas de la física matemática
 - 2.1.3. Métodos de resolución de las ecuaciones diferenciales lineales
 - 2.1.4. Teorema de existencia y unicidad de las ecuaciones lineales: Enunciación
- 2.2. Ecuaciones lineales de orden dos
 - 2.2.1. Teorema de superposición
 - 2.2.2. Solución general de la ecuación diferencial lineal homogénea de orden dos
 - 2.2.3. Obtención de la segunda solución a partir de la primera
 - 2.2.4. Solución general de la ecuación completa
 - 2.2.5. Obtención de la solución particular: Método de la variación de parámetros
- 2.3. Ecuaciones lineales de orden n
 - 2.3.1. Teorema de superposición
 - 2.3.2. Solución general de la ecuación diferencial lineal de orden n homogénea
 - 2.3.3. Solución general de la ecuación diferencial lineal de orden n completa
 - 2.3.4. Ecuación lineal homogénea con coeficientes constantes
 - 2.3.4.1. Ecuación característica
 - 2.3.4.2. Raíces reales y simples
 - 2.3.4.3. Raíces reales y múltiples
 - 2.3.4.4. Raíces complejas y simples
 - 2.3.4.5. Raíces complejas y múltiples
 - 2.3.5. Obtención de soluciones particulares
 - 2.3.5.1. Método de los Coeficientes Indeterminados
 - 2.3.5.2. Método de la Variación de Parámetros
 - 2.3.5.3. Métodos Operacionales de Heaviside
 - 2.3.5.3.1. Generalidades
 - 2.3.5.3.2. Método de las Integraciones Sucesivas
 - 2.3.5.3.3. Método de la Descomposición en Fracciones Simples
 - 2.3.5.3.4. Método del Desarrollo en Serie de Operadores Polinómicos
 - 2.3.5.3.5. Regla del Desplazamiento Exponencial
- 2.4. La ecuación de Euler-Cauchy
 - 2.4.1. Ecuación característica asociada a la ecuación de Euler-Cauchy
 - 2.4.2. Raíces reales y simples
 - 2.4.3. Raíces reales y múltiples
 - 2.4.4. Raíces complejas y simples
 - 2.4.5. Raíces complejas y múltiples
- 2.5. Resolución de otras ecuaciones de orden n no lineales
 - 2.5.1. Ecuaciones de segundo orden en las que no aparece y
 - 2.5.2. Ecuaciones de segundo orden en las que no aparece x
 - 2.5.3. Ecuaciones de orden n en las que no aparecen
- 2.6. Resolución de problemas de vibraciones libres y forzadas, con y sin amortiguamiento, resonancia y pulsación: Sistemas mecánicos de muelles, oscilaciones en chimeneas de equilibrio, principio de Arquímedes, péndulos,...
- 2.7. Problemas de aplicación: geométricos, mecánicos, eléctricos, cinemáticos,...
- 2.8. Problemas de ingeniería civil susceptibles de ser resueltos mediante la integración de una ecuación diferencial de orden superior a uno: Cables pesados, antifunicularidad, arcos,...



3 Cálculo de variaciones	3.1. Introducción. 3.1.1. Objeto del cálculo de variaciones 3.1.2. Planteamiento de algunos problemas clásicos susceptibles de ser tratados por medio del cálculo de variaciones 3.2. Ecuación fundamental del Cálculo de Variaciones 3.2.1. Deducción de la Ecuación Euler 3.2.2. Condiciones de aplicación y alcance de la solución de Euler 3.2.3. Casos simplificados de la Ecuación de Euler 3.2.4. Ejemplos de aplicación: problemas geométricos, cinemáticos y mecánicos, obtención de geodésicas,... 3.3. Problemas con condiciones de ligadura. Problemas isoperimétricos 3.3.1. Justificación de la necesidad de imposición de condiciones de ligadura 3.3.2. Obtención de extremales con condiciones de ligadura en el cálculo de varias variables. Los multiplicadores de Lagrange 3.3.3. Deducción de la ecuación fundamental del cálculo de variaciones para problemas isoperimétricos 3.3.4. Formulaciones en 3D y en coordenadas paramétricas 3.3.5. Ejemplos de aplicación: problemas geométricos, obtención de la catenaria 3.4. La ecuación de Euler-Poisson
4 Sistemas de ecuaciones diferenciales	4.1. Introducción a los Sistemas de Ecuaciones Diferenciales 4.1.1. Concepto de Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Problemas de valor inicial 4.1.2. Sistemas de ecuaciones lineales de orden n con m ecuaciones e incógnitas 4.1.3. Reducción de una ecuación de orden n a un sistema de n ecuaciones e incógnitas de primer orden 4.1.4. Reducción de un sistema de orden n y m ecuaciones e incógnitas, a uno de primer orden con $n \cdot m$ ecuaciones e incógnitas 4.2. Obtención de la solución general de un sistema lineal de orden uno 4.2.1. Teorema de superposición de soluciones de sistemas homogéneos 4.2.2. Solución general de un sistema homogéneo. Matriz Fundamental de Soluciones 4.2.3. Solución general de un sistema completo 4.3. Obtención de la solución general de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales homogéneos y de coeficientes constantes 4.3.1. Método de la Transformada de Laplace 4.3.2. Método de Eliminación 4.3.3. Método de Euler o de los Valores Propios 4.3.3.1. Introducción 4.3.3.2. Autovalores reales y simples 4.3.3.3. Autovalores complejos y simples 4.3.3.4. Autovalores reales y múltiples 4.3.3.4.1. Defecto nulo 4.3.3.4.2. Defecto mayor ó igual a uno. Concepto de Autovectores Generalizados 4.4. Obtención de la solución particular de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Completos 4.4.1. Método de la Variación de Parámetros 4.4.2. Método de los Coeficientes Indeterminados 4.5. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales de Euler-Cauchy 4.6. Problemas de Aplicación: Problemas de depósitos, problemas mecánicos y eléctricos, problemas geométricos: curvas epicicloide, hipocicloide y cicloide



5 Transformada de Laplace

- 5.1. Definición de la Transformada de Laplace y de la Función Gamma
 - 5.1.1. Definición de la Transformada de Laplace
 - 5.1.2. Concepto de convergencia de la Transformada de Laplace
 - 5.1.3. Aplicación de la Transformada de Laplace a la resolución de EDOs. Analogía con la resolución de EDOs en Series de Potencias
 - 5.1.4. La Función Gamma
 - 5.1.5. Transformada de Laplace de funciones elementales
- 5.2. Teorema de existencia de la Transformada de Laplace. Transformada inversa y linealidad
 - 5.2.1. Concepto de función continua por partes y de función de orden exponencial
 - 5.2.2. Teorema de existencia de la Transformada de Laplace
 - 5.2.3. Teorema de unicidad de la transformada inversa
 - 5.2.4. Teorema de linealidad de la Transformada de Laplace
- 5.3. Cambio de escala y traslaciones. Función Escalón Unitario de Heaviside y Función Delta de Dirac
 - 5.3.1. Cambio de escala en t. Compresiones y dilataciones
 - 5.3.2. Traslación a lo largo de s
 - 5.3.3. Función Escalón Unitario de Heaviside. Transformada
 - 5.3.4. Traslación a lo largo de t
 - 5.3.5. Función Delta de Dirac. Transformada
- 5.4. Derivadas e Integrales
 - 5.4.1. Transformada de la primera derivada y de las derivadas sucesivas
 - 5.4.2. Transformada de una integral
 - 5.4.3. Derivada de la transformada
 - 5.4.4. Integración de la transformada
- 5.5. Transformada de una función periódica
- 5.6. Producto de convolución
 - 5.6.1. Definición del producto de convolución de dos funciones
 - 5.6.2. Propiedades del producto de convolución
- 5.7. Aplicación de la Transformada de Laplace a la integración de EDOs
 - 5.7.1. Problemas de valor inicial. Ecuaciones y sistemas
 - 5.7.2. Obtención de transformadas inversas por descomposición en fracciones simples y producto de convolución
 - 5.7.3. Aplicación a la resolución de problemas físicos con funciones escalón y funciones impulso, problemas eléctricos y mecánicos,...



6 Resolución de EDOs en Series de Potencias

6.1. Introducción

6.1.1. Justificación del uso de las Series de Potencias en la resolución de EDOs

6.1.2. Convergencia de Series de Potencias

6.1.3. Radio de convergencia

6.1.4. Funciones analíticas

6.2. Solución en Serie de Potencias de EDO de primer orden

6.2.1. El principio de identidad: enunciación

6.2.2. Procedimiento de obtención de soluciones en Serie de Potencias para ecuaciones de primer orden

6.3. Solución en Serie de Potencias de EDO de segundo orden

6.3.1. Puntos ordinarios y singulares

6.3.2. Teorema de existencia de soluciones en Serie de Potencias alrededor de puntos ordinarios: Enunciación

6.3.3. Procedimiento de obtención de soluciones en Serie de Potencias alrededor de puntos ordinarios

6.3.4. Ecuación diferencial de Legendre

6.3.4.1. Obtención de la solución de la Ecuación de Legendre en Serie de Potencias

6.3.4.2. Polinomios de Legendre

6.3.4.3. Fórmula de Rodrigues

6.3.5. Puntos singulares regulares

6.3.6. Teorema de existencia de soluciones en Serie de Frobenius: enunciación

6.3.7. Obtención de soluciones de EDOs en Serie de Potencias alrededor de puntos singulares regulares: Método de Frobenius

6.3.8. Ecuación Diferencial de Bessel

6.3.8.1. Ecuación Diferencial de Bessel de orden α

6.3.8.2. Resolución de la Ecuación Diferencial de Bessel en Serie de Potencias

6.3.8.3. Funciones de Bessel de primera y segunda especie

6.3.8.4. La Ecuación Diferencial de Bessel de orden 0

6.3.8.5. Ecuación Diferencial de Bessel de segunda especie

6.3.9. Resolución en Serie de Potencias de las Ecuaciones de Chebyshev, Laguerre, Airy, Hermite, hipergeométrica de Gauss, hipergeométrica de Kummer

6.3.10. Aplicación a la resolución de problemas mecánicos, térmicos, pandeo de pilares,...



7 RESOLUCIÓN DE EDOs EN SERIES DE FUNCIONES ORTOGONALES. SERIES DE FOURIER. PROBLEMAS DE CONTORNO	7.1. Funciones ortogonales
	7.1.1. Concepto de funciones ortogonales
	7.1.2. Norma de una función y funciones ortonormales
	7.1.3. Series Generalizadas de Fourier
	7.1.4. Determinación de los coeficientes generalizados de Fourier
	7.1.5. Funciones ortogonales con respecto de una función de ponderación
	7.2. Problemas de contorno. El problema de Sturm-Liouville
	7.2.1. El problema de Sturm-Liouville. Autovalores y autofunciones
	7.2.2. Teorema de Ortogonalidad
	7.2.3. Carácter real de los valores propios
	7.2.4. Estudio de la ortogonalidad de los polinomios de Hermite, Laguerre, Legendre y Chevyshev
	7.2.5. Resolución de problemas de contorno que surgen en la teoría del cálculo de estructuras. Determinación de las cargas críticas de Euler
	7.3. Series de Fourier
	7.3.1. Concepto de Serie de Fourier y aplicación a la resolución de EDOs
	7.3.2. Series de Fourier de funciones de periodo $2L$
	7.3.3. Determinación de los coeficientes de Fourier
	7.3.4. Teorema de Convergencia de las Series de Fourier
	7.3.5. Series de Fourier de funciones pares e impares
	7.3.6. Extensiones pares e impares de funciones no periódicas
	7.3.7. Forma compleja de las series de Fourier
	7.3.8. Solución de EDOs en serie de Fourier. Resonancia
	7.3.9. Resolución de problemas diferenciales geométricos, mecánicos y eléctricos mediante las series de Fourier
	7.3.10. Aplicación de las SF a la resolución de problemas relacionados con la Ingeniería Civil: deformación de placas, torsión mixta, alabeo de secciones
	7.4. Introducción a la Transformada de Fourier
	7.4.1. Extensión del concepto de Serie de Fourier a funciones no periódicas
	7.4.2. Integral de Fourier
	7.4.3. Teorema de la Integral de Fourier. Enunciación
	7.4.4. Transformada del seno de Fourier
	7.4.5. Transformada del coseno de Fourier
	7.4.6. La Transformada de Fourier
	7.4.6.1. Forma compleja de la Integral de Fourier
	7.4.6.2. Transformada de Fourier

Planificación

Metodoloxías / probas	Horas presenciais	Horas non presenciais / traballo autónomo	Horas totais
Sesión maxistral	60	60	120
Traballos tutelados	30	0	30
Seminario	40	20	60
Proba mixta	0	5	5
Atención personalizada	10	0	10

*Os datos que aparecen na táboa de planificación son de carácter orientativo, considerando a heteroxeneidade do alumnado

Metodoloxías

Metodoloxías	Descrición
--------------	------------



Sesión maxistral	Estas clases constituyen el cuerpo principal del ejercicio docente y estarán dedicadas tanto a la exposición de los temas estrictamente teóricos relacionados con la asignatura, como a la resolución de ejercicios y problemas de clase. La distribución temporal de las clases teóricas y prácticas irá variando dentro del horario docente en función de los requerimientos de cada tema, y será en cualquier caso adelantada a los alumnos para su mayor comodidad. En cuanto a las clases teóricas, estas serán expuestas con la mayor claridad y concreción posible. Durante su exposición, se atenderá en particular al nivel de conocimientos que el alumno posee en el momento de exponerle los distintos particulares del temario, para completar en su caso algún aspecto que, aunque no siendo estrictamente materia de la signatura, pueda constituir una laguna en los conocimientos del colectivo de estudiantes. Considero muy importante en cualquiera de las clases que se imparten, el hecho de comenzar y finalizar las clases con puntualidad, lo cual contribuye a afianzar la relación de respeto con los alumnos. También se intenta en la medida de lo posible exponer los temas en un tono distendido, cordial. A cambio, se solicita por parte de los alumnos una actitud positiva, atenta y activa. Se insiste a los alumnos periódicamente sobre la posibilidad de existencia de alguna duda. Todas las exposiciones se realizarán en la pizarra, salvo en el caso de alguna cuestión muy particular, como la explicación de códigos de programación de cierta extensión, en cuyo caso se utilizará la proyección de transparencias. Durante las exposiciones en la pizarra se cuidará de la claridad y del tamaño de la escritura, y se utilizarán las tizas de color, especialmente cuando se reproduzcan gráficos.
Traballos tutelados	Consiste en la realización de un ejercicio original de aplicación de las ecuaciones diferenciales ordinarias a la resolución de algún problema real de ingeniería en cualquiera de sus ramas, preferiblemente de la ingeiería civil.
Seminario	Se ha denominado seminario a aquellas clases prácticas cuyo objetivo consiste en la resolución de las Hojas de Problemas. A lo largo del desarrollo de la asignatura se facilitará a los alumnos nueve Hojas de Problemas como parte del material docente de la asignatura. Dichas hojas se publican además en la página web de la asignatura. El título de cada una de dichas Hojas de Prácticas y Problemas es el siguiente: Hoja 1. EDOs resueltas en la derivada Hoja 2. EDOs no resueltas en la derivada. Curvas y Trayectorias Hoja 3. Ecuaciones diferenciales de orden superior a 1 Hoja 4. Cálculo de Variaciones Hoja 5. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Hoja 6. Transformada de Laplace Hoja 7. Series de Potencias Hoja 8. Funciones Ortogonales y Problemas de Contorno Hoja 9. Series de Fourier Las Hojas de Prácticas constituyen una colección de problemas de la asignatura que contienen problemas con el grado de dificultad de los que se proponen en los exámenes. Los ejercicios que forman estas hojas se resuelven durante las clases prácticas. Cada una de las Hojas de Problemas están constituidas por cinco ejercicios de nivel de examen, para los que se propone un plazo de entrega y que tras su corrección son devueltos a los alumnos. La realización de las Hojas de Problemas forma parte de la evaluación de la asignatura. Dentro de las Hojas de Prácticas y Problemas se incluye un buen número de ejercicios de aplicación de la resolución de Ecuaciones Diferenciales a distintos problemas de ingeniería. Al igual que en el caso de las clases teóricas, esta exposición se desarrollará en la pizarra. Se facilita a los alumnos un tiempo para que puedan plantearse el problema antes de su resolución en la pizarra. Durante estas clases se hará especial hincapié en la necesidad de preguntar todas las dudas que se planteen.
Proba mixta	Realización de un examen escrito, con libros y apuntes que estará constituido por un total de cinco ejercicios.



Metodoloxías	Descrición
Traballos tutelados Seminario Proba mixta	Será muy conveniente el desarrollo de tutorías para la elaboración de las hojas de problemas y del problema original de aplicación para conseguir así una correcta evolución en la asignatura

Avaliación		
Metodoloxías	Descrición	Cualificación
Traballos tutelados	La realización del problema original de aplicación de las ecuaciones diferenciales ordinarias a la resolución de problemas de ingeniería	3
Seminario	Hojas de problemas (9)	2
Proba mixta	Examen escrito	95
Outros		

Observacións avaliación

Fontes de información	
Bibliografía básica	- Kreyszig E. (1993). Advanced Engineering Mathematics . Wiley. Nueva York - Vellando P. (2002). Colección de problemas resueltos de ecuaciones diferenciales. CopyBelén. Santiago - Puig Adam P. (1980). Ecuaciones diferenciales . Nuevas Gráficas - Zill D.G. (2002). Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. International Thomson Editores. Méjico - Edwards C.H., Penney D.E. (1994). Ecuaciones Diferenciales Elementales y Problemas con Condiciones en la Frontera. Prentice Hall Hispanoamericana. Méjico - Simmons G. F. (1993). Ecuaciones Diferenciales. Con Aplicaciones y Notas Históricas. McGraw-Hill. Madrid - Vellando P. (2005). Problemas de ecuaciones diferenciales. Aplicaciones a la ingeniería. CopyBelén. Santiago
Bibliografía complementaria	

Recomendacións
Materias que se recomenda ter cursado previamente
Materias que se recomenda cursar simultaneamente
Materias que continúan o temario
Cálculo infinitesimal I/632G02001 Cálculo infinitesimal II/632G02002 Física aplicada I/632G02004 Física aplicada II/632G02005 Álgebra lineal I/632G02007 Álgebra lineal II/632G02008
Observacións

(*)A Guía docente é o documento onde se visualiza a proposta académica da UDC. Este documento é público e non se pode modificar, salvo casos excepcionais baixo a revisión do órgano competente de acordo coa normativa vixente que establece o proceso de elaboración de guías