



| Guía Docente          |   |                    |  |          |
|-----------------------|---|--------------------|--|----------|
| Datos Identificativos |   |                    |  | 2016/17  |
| Asignatura (*)        | Ecuacións diferenciais  | Código             | 632G02017  |          |
| Titulación            |   |                    |  |          |
| Descritores           |   |                    |  |          |
| Ciclo                 | Período   | Curso              | Tipo   | Créditos |
| Grao                  | Anual   | Segundo            | Formación básica   | 9        |
| Idioma                | Inglés  |                    |  |          |
| Modalidade docente    | Presencial  |                    |  |          |
| Prerrequisitos        |   |                    |  |          |
| Departamento          | Métodos Matemáticos e de Representación   |                    |  |          |
| Coordinación          | Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal,<br>Pablo   | Correo electrónico | pablo.rodriguez-vellando@udc.es  |          |
| Profesorado           | Colominas Ezponda, Ignasi<br>París López, José<br>Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal,<br>Pablo | Correo electrónico | ignacio.colominas@udc.es<br>jose.paris@udc.es<br>pablo.rodriguez-vellando@udc.es |          |
| Web                   | camino.udc.es/info/assignaturas/201   |                    |  |          |
| Descrición xeral      | Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias   |                    |  |          |

| Competencias / Resultados do título |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Código                              | Competencias / Resultados do título |

| Resultados da aprendizaxe  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| Resultados de aprendizaxe  |  | Competencias / Resultados do título          |  |
| Capacidade para a resolución dos problemas matemáticos que poidan formularse no exercicio da profesión. En particular, coñecer, entender e utilizar a notación matemática, así como os conceptos básicos que permiten a resolución de ecuacións diferenciais ordinarias para a súa aplicación na resolución de problemas de Enxeñaría Civil. |  | A1   | B1<br>B2<br>B3<br>B4<br>B5<br>B6<br>B7<br>B8<br>B9<br>B10<br>B11<br>B12<br>B13<br>B14<br>B15<br>B16<br>B17<br>B18<br>B19 |
|  |  | C1<br>C2<br>C3<br>C4<br>C5<br>C6<br>C7<br>C8 |  |

| Contidos |          |
|----------|----------|
| Temas    | Subtemas |
|          |          |



## 1 Ecuacions Diferenciais de Primeiro Orden

- 1.1. Introducción
  - 1.1.1. Concepto de ecuación diferencial ordinaria, e notas.
  - 1.1.2. Modelaxe de fenómenos naturais en termos de ecuacións matemáticas. Alxébrica, ecuacións diferenciais e funcionais
  - 1.1.3. Orixe do cálculo diferencial: Newton e Leibniz
  - 1.1.4. Exemplos de problemas de Enxeñaría Civil que poden ser escritos en termos de Odes: flambagem de columnas, chemineas movemento oscilatorio en equilibrio, problema de torsión mixta da catenaria, sistemas de resortes de vibración mecánica, ...
- 1.2. Solucións Xerais e solucións particulares. Cauchy problema e problema inverso
- 1.3. Integración de ecuacións diferenciais: Métodos analíticos, gráfica e numérica
- 1.4. Existencia teorema de unicidade de solucións de ecuacións diferenciais ordinarias de primeira orde
  - 1.4.1 O método das aproximacións sucesivas Picard
  - 1.4.2. Teorema de Picard para ecuacións diferenciais de primeira orde
- 1.5. Ecuacións diferenciais nas variables independentes
- 1.6. Ecuacións diferenciais homoxéneas
  - 1.6.2. Funcións homoxéneas
  - 1.6.3. Solución homoxénea de ecuacións diferenciais
- 1.7. Redutíveis a ecuacións diferenciais homoxéneas
- 1.8. Ecuacións diferenciais exactas
- 1.9. Resolvendo ecuacións diferenciais mediante factores de integración
  - 1.9.2. Factores dependentes integración  $x$
  - 1.9.3. Factores integración dependente  $e$
  - 1.9.4. Factores de integración dependente
- 1.10. Ecuación diferencial linear
- 1.11. Ecuación diferencial de Bernoulli
- 1.12. Ecuación diferencial de Riccati
- 1.13. Exemplos de aplicación: problemas xeométricos, cisternas, problemas dinámicos, disolución de substancias, problemas termodinámicas e persecucións.
- 1.14. Non é explícito nas ecuacións de derivadas
  - 1.14.2. Ecuacións solucionáveis
  - 1.14.3. Ecuacións e solucionáveis
  - 1.14.4. Ecuacións solubles  $x$
  - 1.14.5. Ecuacións de Lagrange
  - 1.14.6. Ecuación Clairaut
- 1.15. Curvas e Camiños
  - 1.15.2. E ortogonal isogonal a un feixe de traxectorias en coordenadas cartesianas curvado
  - 1.15.3. Camiños ortogonais a unha viga e curvas isogonal en coordenadas polares
  - 1.15.4. Curvas paralelas para unha determinada curva
  - 1.15.5. Involute curvas para unha dada
  - 1.15.6. Curvas sobre a unha determinada familia
  - 1.15.7. Problemas xeométricos, algunhas curvas planas notables: lemniscata Bernoulli, cardióide, hipociclóide, cissoid de Diocles, Pascal caracol, Ovals de Cassini
  - 1.15.8. Aplicación a problemas relacionados coa enxeñaría: curvas de fluxo a través dunha encoro de terraplén, parábolas seguridade, curvas de fluxo eléctricas entre dúas cargas de igual magnitude e sinal oposto, ...



## 2 Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior

- 2.1. Ecuacións diferenciais lineais
  - 2.1.1. Concepto de ecuación homoxénea e ecuación completa
  - 2.1.2. Aplicación á resolución de problemas da física matemática
  - 2.1.3. Métodos de resolución de ecuacións diferenciais lineais
  - 2.1.4. Teorema de existencia e unicidade de ecuacións lineais: enunciación
- 2.2. Ecuacións lineares de segunda orde
  - 2.2.1. A superposición do teorema
  - 2.2.2. Solución xeral da ecuación diferencial linear homoxénea de segunda orde
  - 2.2.3. A obtención da segunda solución do primeiro
  - 2.2.4. Solución xeral da ecuación completa
  - 2.2.5. Obtendo a solución particular: Método variación do parámetro
- 2.3. Ecuacións lineares de orde  $n$ 
  - 2.3.1. A superposición do teorema
  - 2.3.2. Solución xeral da ecuación diferencial linear de orde  $n$  homoxéneas
  - 2.3.3. Solución xeral da ecuación diferencial linear de orde  $n$  completa
  - 2.3.4. A ecuación diferencial linear con coeficientes constantes
    - 2.3.4.1. Ecuación característica
    - 2.3.4.2. Raíces reais e sinxelo
    - 2.3.4.3. E inmoiario múltiple
    - 2.3.4.4. Raíces complexas e sinxelo
    - 2.3.4.5. Raíces complexas e múltiples
  - 2.3.5. A obtención de solucións particulares
    - 2.3.5.1. Método dos coeficientes indeterminados
    - 2.3.5.2. Método da variación de parámetros
    - 2.3.5.3. Métodos operativos de Heaviside
      - 2.3.5.3.1. Visión global
      - 2.3.5.3.2. Método de integracións sucesivos
      - 2.3.5.3.3. Método de descomposición fraccións simples
      - 2.3.5.3.4. Método de desenvolvemento Serie polinomiais Operadores
      - 2.3.5.3.5. Regra móbiles exponenciais
- 2.4. A característica de Euler-Cauchy
  - 2.4.1. Ecuación característica asociada coa Euler-Cauchy
  - 2.4.2. Raíces reais e sinxelo
  - 2.4.3. E inmoiario múltiple
  - 2.4.4. Raíces complexas e sinxelo
  - 2.4.5. Raíces complexas e múltiples
- 2.5. Resolución de outras ecuacións non lineal de orde  $n$ 
  - 2.5.1. Ecuacións de segunda orde en que non aparece  $x$
  - 2.5.2. Ecuacións de segunda orde na que non aparece  $x$
  - 2.5.3. As ecuacións de orde  $n$  na que non aparecen
- 2.6. Solución de problemas libre e vibracións forzadas con e sen amortiguamento, resonancia e billa: Sistemas Mecánicos de resortes, balances patrimoniais en lareiras, principio de Arquímedes, péndulo, ...
- 2.7. Problemas de aplicación: xeométrico, mecánica, eléctrica, cine, ...
- 2.8. Susceptibles problemas de enxeñaría civil a ser resolto pola integración dunha ecuación diferencial de orde superior a un: Cables pesados, antifunicularidad, arcos, ...



|  |   |
|--|---|
| 3 Resolución de ecuacións diferenciais en MATLAB | 3.1 . Introducción ao MATLAB<br>3.1.1 . Operacións básicas<br>3.1.2 . Matrices<br>3.1.3 . Gráficos<br>3.2 . Programación en MATLAB<br>3.3 . Resolvendo EDOs<br>3.3.1 . Ecuacións de primeira orde<br>3.3.2 . Ecuacións de orde superior<br>3.3.3 . Métodos numéricos<br>3.3.4 . Sistemas<br>3.3.5 . Transformada de Laplace<br>3.3.6 . Series de Potencias  |
| 4 Sistemas de ecuaciones diferenciales           | 4.1. Introducción aos Sistemas de ecuacións diferenciais<br>4.1.1. Concepto de sistema de ecuacións diferenciais ordinarias. Problemas de valor inicial<br>4.1.2. Sistemas de ecuacións lineares de orde $n$ con $m$ ecuacións e incógnitas<br>4.1.3. Redución de orde na ecuación sistema de $n$ ecuaciones e incógnitas de primeira orde<br>4.1.4. Redución dun sistema de $n$ e $m$ ecuacións e incógnitas orde, unha de primeira orde con $n \geq m$ ecuacións e incógnitas<br>4.2. A obtención da solución xeral dun sistema linear de orde $n$<br>4.2.1. Superposición teorema solucións de sistemas homoxéneos<br>4.2.2. Solución xeral dun sistema homoxéneo. Solucións Fundamentais Matrix<br>4.2.3. Solución xeral dun sistema completo<br>4.3. A obtención da solución xeral de sistemas homoxéneo de ecuacións diferenciais lineares con coeficientes constantes<br>4.3.1. Método de Laplace Transform<br>4.3.2. Método de Disposición<br>4.3.3. Método de Euler ou os valores propios<br>4.3.3.1. Introducción<br>4.3.3.2. Autovalores real simple<br>4.3.3.3. Valores propios complexos e sinxelo<br>4.3.3.4. Autovalores reais e múltiples<br>4.3.3.4.1. Nulo estándar<br>4.3.3.4.2. Maior que ou igual a un defecto. Concepto de xeneralizadas autovectores<br>4.4. Obtendo a solución particular de ecuacións diferenciais Sistemas completos<br>4.4.1. Método da variación de parámetros<br>4.4.2. Método dos coeficientes indeterminados<br>4.5. Sistemas de ecuacións diferenciais de Euler-Cauchy<br>4.6. Problemas de aplicación: depósitos Problemas, problemas mecánicos e eléctricos, problemas xeométricos: curvas epiciclóide e hipocicloide cycloid |



5 Transformada de Laplace

- 5.1. Definición da transformada de Laplace ea función Gamma
  - 5.1.1. Definición da transformada de Laplace
  - 5.1.2. Concepto de converxencia da transformada de Laplace
  - 5.1.3. Aplicación da transformada de Laplace á resolución de ecuacións diferenciais ordinarias. Analoxía coa resolución de series de potencia Odes
  - 5.1.4. A Función Gamma
  - 5.1.5. Transformada de Laplace de funcións elementais
- 5.2. Existencia teorema de Laplace Transform. Transformada inversa e linearidade
  - 5.2.1. Concepto de función continua por partes e función de orde exponencial
  - 5.2.2. Existencia teorema de Laplace Transform
  - 5.2.3. Teorema de singularidade da transformación inversa
  - 5.2.4. Linearidade teorema de Laplace Transform
- 5.3. Escala e traducións. Heaviside función chanzo unitario e Función Delta de Dirac
  - 5.3.1. Dimensionamento en t. Compresións e expansións
  - 5.3.2. Tradución ao longo s
  - 5.3.3. Función chanzo unitario Heaviside. Transformado
  - 5.3.4. Tradución xunto t
  - 5.3.5. Delta de Dirac. Transformado
- 5.4. Derivadas e integrais
  - 5.4.1. Transformado por primeira derivada e os derivados sucesivas
  - 5.4.2. Transformar unha integral
  - 5.4.3. Derivado do transformada
  - 5.4.4. Integración do transformada
- 5.5. Transform dunha función periódica
- 5.6. Produto Convolution
  - 5.6.1. Convolution definición do produto de dúas funcións
  - 5.6.2. Propiedades do produto Convolution
- 5.7. Aplicación da transformada de Laplace para a integración de Odes
  - 5.7.1. Problemas de valor inicial. Ecuacións e sistemas
  - 5.7.2. Obtendo inversa transform por fraccións parciais e produto de convolución
  - 5.7.3. Aplicación á resolución de problemas físicos con funcións chanzo e funcións de impulso, problemas eléctricos e mecánicos, ...



6 Resolución de EDOs en Series de Potencias

- 6.1. Introducción
  - 6.1.1. A xustificación para a utilización de series de potencia en resolver Odes
  - 6.1.2. Convergencia das series de potencia
  - 6.1.3. Raio de converxencia
  - 6.1.4. Funcións analítica
- 6.2. Solución serie de potencia de primeira orde ODE
  - 6.2.1. O principio da identidade: enunciación
  - 6.2.2. Procedemento para a obtención de solucións en serie de potencias para ecuacións de primeira orde
- 6.3. Solución en potencias de segunda orde ODE
  - 6.3.1. Puntos regulares e singulares
  - 6.3.2. Teorema de existencia de solucións en serie de potencias sobre puntos comúns: enunciación
  - 6.3.3. Procedemento para a obtención de solucións en serie de potencias sobre puntos comúns
  - 6.3.4. Ecuación diferencial de Legendre
    - 6.3.4.1. A obtención da solución da ecuación en poderes Legendre
    - 6.3.4.2. Polinomios de Legendre
    - 6.3.4.3. Fórmula Rodrigues
  - 6.3.5. Puntos singulares regulares
  - 6.3.6. Teorema da existencia de solucións en serie de Frobenius: enunciación
  - 6.3.7. A obtención de solucións de serie de potencia Odes sobre o punto singular regular: Método de Frobenius
  - 6.3.8. Ecuación diferencial Besel
    - 6.3.8.1. Besel ecuación diferencial a  $y'' + \lambda y = 0$
    - 6.3.8.2. Ecuación diferencial Besel resolución nos poderes
    - 6.3.8.3. Funcións de Besel de primeira e segunda especie
    - 6.3.8.4. Ecuación diferencial de Bessel de orde 0
    - 6.3.8.5. Besel ecuación diferencial de segunda especie
  - 6.3.9. Resolución serie de potencia de ecuacións Chebyshev, Laguerre, Airy, Hermite, hypergeometric Gauss hipergeométrica Kummer
  - 6.3.10. Aplicación á resolución de mecánica, térmica, flambagem de columnas problemas, ...



|  |  |
|--|--|
| <p>7 RESOLUCIÓN DE EDOs EN SERIES DE FUNCIONS ORTOGONAIS. SERIES DE FOURIER. PROBLEMAS DE CONTORNO</p> | <p>7.1. Funcións ortogonais</p> <p>7.1.1. Concepto de funcións ortogonais</p> <p>7.1.2. Función estándar e funcións ortonormais</p> <p>7.1.3. Series de Fourier xeneralizada</p> <p>7.1.4. Determinación dos coeficientes de Fourier xeneralizadas</p> <p>7.1.5. Funcións ortogonais en relación a unha función de ponderación</p> <p>7.2. Problemas de valor de contorno. O Sturm-Liouville</p> <p>7.2.1. O problema de Sturm-Liouville. Valores e autofuncións</p> <p>7.2.2. Ortogonalidade teorema</p> <p>7.2.3. Carácter real dos valores propios</p> <p>7.2.4. Estudo da ortogonalidade dos polinomios de Hermite, Laguerre, Legendre e Chevyshev</p> <p>7.2.5. Solución de problemas derivados contorno na teoría do proxecto estrutural. Determinación das cargas críticas de Euler</p> <p>7.3. Series de Fourier</p> <p>7.3.1. Concepto e aplicación de Odes resolver Series de Fourier</p> <p>7.3.2. Serie de Fourier de funcións de período e 2L</p> <p>7.3.3. Determinar os coeficientes de Fourier</p> <p>7.3.4. Teorema converxencia de series de Fourier</p> <p>7.3.5. Serie de Fourier de funcións pares e impares</p> <p>7.3.6. Extensións estrañas e mesmo non-periódicas de funcións</p> <p>7.3.7. Forma complexa da serie de Fourier</p> <p>7.3.8. Resolvendo serie Odes Fourier. Resonancia</p> <p>7.3.9. Resolución de problemas diferenciais xeométricas, mecánicas e eléctricas pola serie de Fourier</p> <p>7.3.10. SF implementación da resolución de problemas relacionados coa Enxeñaría Civil tarxeta deformación, torsión conxunta, alabeo das seccións</p> <p>7.4. Introducción á transformada de Fourier</p> <p>7.4.1. Extensión do concepto de series de Fourier funcións non periódicas</p> <p>7.4.2. Fourier integrante</p> <p>7.4.3. Teorema da integral de Fourier. Enunciación</p> <p>7.4.4. Transformada de Fourier de mama</p> <p>7.4.5. Coseno transformada de Fourier</p> <p>7.4.6. Transformada de Fourier</p> <p>7.4.6.1. Forma complexa da integral de Fourier</p> <p>7.4.6.2. Transformada de Fourier</p> |
|--|--|

### Planificación

| Metodoloxías / probas | Competencias / Resultados  | Horas lectivas (presenciais e virtuais) | Horas traballo autónomo | Horas totais |
|-----------------------|--|---|-------------------------|--------------|
| Sesión maxistral      | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | 60                                      | 60                      | 120          |



|  |  |    |   |    |
|--|--|----|---|----|
| Seminario  | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | 90 | 0 | 90 |
| Proba mixta  | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | 0  | 5 | 5  |
| Atención personalizada   |  | 10 | 0 | 10 |
| *Os datos que aparecen na táboa de planificación son de carácter orientativo, considerando a heteroxeneidade do alumnado |  |    |   |    |

| Metodoloxías     |   |
|------------------|---|
| Metodoloxías     | Descrición  |
| Sesión maxistral | <p>Estas clases constitúen o corpo principal da práctica docente e ser dedicado tanto á exposición de cuestións teóricas estrictamente relacionados co tema, e resolución de exercicios e cuestións de clase. O calendario das clases teóricas e prácticas pode variar dentro do programa de ensino con base nos requisitos de cada tema, e en calquera caso os alumnos para a fronte para a súa conveniencia.</p> <p>En canto ás conferencias, eles serán expostos como clara e concretamente como sexa posible. Durante a súa presentación, será dirixida, en particular, para o nivel de coñecemento que o alumno ten, no momento da exposición a varios axenda individuo para completar algúns aspectos que, aínda que non estrictamente dependentes do documento pode constituír unha lagoa na coñecemento do alumnado.</p> <p>Eu considero moi importante en calquera das clases ensinadas, o feito de que as clases comezan e terminan en prazo, o que axuda a fortalecer a relación de respecto cos alumnos. Tamén tentar, na medida do posible para expoñer as cuestións nun ton distendido e agradable. A cambio, el pediu por estudantes dun positivo, coidar e actitude activa. Os alumnos insisten regularmente sobre a posibilidade de existencia de dúbidas.</p> <p>Todas as exposicións realizaranse no taboleiro, excepto nalgúns cuestión moi específica, como a explicación dos códigos de programación de algún tempo, caso en que a proxección de transparencias serán utilizados. Durante as exposicións sobre o consello vai coidar de claridade e tamaño da escrita, e giz colorido, sobre todo cando os gráficos son reproducidas ser usado.</p> |
| Seminario        | Foi chamado de clases do seminario a esas prácticas cuxo obxectivo é resolver os problemas do asunto . Ao longo do desenvolvemento do curso os alumnos serán propostas resolver varios problemas cuxo grao de dificultade será semellante ao exame do tema. O profesor colaborará na resolución dos exercicios individuais . As solucións serán recollidos ou, se a data de entrega é proposto . O resultado destes problemas vai axudar a mellorar a nota final do curso. Os seminarios tamén inclúen as clases de MATLAB, que xunto co subministración da correspondente traballo serán obrigatorios.   |
| Proba mixta      | Conclusión dun exame escrito con libros e notas que será constituído por un total de cinco exercicios.  |

| Atención personalizada   |  |
|--------------------------|--|
| Metodoloxías             | Descrición   |
| Seminario<br>Proba mixta | Será moi conveniente para desenvolver o cursos o seguimento das tutorías e de las practicas, para acadar un desenvolvemento adecuado na asignatura |

| Avaliación   |                           |            |               |
|--------------|---------------------------|------------|---------------|
| Metodoloxías | Competencias / Resultados | Descrición | Cualificación |
|              |                           |            |               |





|             |  |                |    |
|-------------|--|----------------|----|
| Seminario   | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | Problemas      | 10 |
| Proba mixta | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | Examen escrito | 90 |
| Outros      |  |                |    |

### Observacións avaliación

### Fontes de información

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| <b>Bibliografía básica</b>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Edwards C.H., Penney D.E. (1994). Ecuaciones Diferenciales Elementales y Problemas con Condiciones en la Frontera. Prentice Hall Hispanoamericana. Méjico</li> <li>- Kreyszig E. (1993). Advanced Engineering Mathematics . Wiley. Nueva York</li> <li>- Simmons G. F. (1993). Ecuaciones Diferenciales. Con Aplicaciones y Notas Históricas. McGraw-Hill. Madrid</li> <li>- Vellando P. (2002). Colección de problemas resueltos de ecuaciones diferenciales. CopyBelén. Santiago</li> <li>- Vellando P. (2005). Problemas de ecuaciones diferenciales. Aplicaciones a la ingeniería. CopyBelén. Santiago</li> <li>- Zill D.G. (2002). Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. International Thomson Editores. Méjico</li> <li>- Puig Adam P. (1980). Ecuaciones diferenciales . Nuevas Gráficas</li> </ul> |
| <b>Bibliografía complementaria</b> |  |

### Recomendacións

#### Materias que se recomenda ter cursado previamente

Cálculo infinitesimal I/632G02001  
 Cálculo infinitesimal II/632G02002  
 Física aplicada I/632G02004  
 Física aplicada II/632G02005  
 Álgebra lineal I/632G02007  
 Álgebra lineal II/632G02008

#### Materias que se recomenda cursar simultaneamente

#### Materias que continúan o temario

#### Observacións

(\*A Guía docente é o documento onde se visualiza a proposta académica da UDC. Este documento é público e non se pode modificar, salvo casos excepcionais baixo a revisión do órgano competente dacordo coa normativa vixente que establece o proceso de elaboración de guías