



Guía Docente				
Datos Identificativos			2019/20	
Asignatura (*)	Ecuacións diferenciais	Código	632G02017	
Titulación				
Descritores				
Ciclo	Período	Curso	Tipo	Créditos
Grao	Anual	Segundo	Formación básica	9
Idioma	Inglés			
Modalidade docente	Presencial			
Prerrequisitos				
Departamento	Matemáticas			
Coordinación	Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal, Pablo	Correo electrónico	pablo.rodriguez-vellando@udc.es	
Profesorado	Colominas Ezponda, Ignasi París López, José Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal, Pablo	Correo electrónico	ignacio.colominas@udc.es jose.paris@udc.es pablo.rodriguez-vellando@udc.es	
Web	camino.udc.es/info/assignaturas/201			
Descrición xeral	Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias			

Competencias / Resultados do título	
Código	Competencias / Resultados do título

Resultados da aprendizaxe			
Resultados de aprendizaxe	Competencias / Resultados do título		
Capacidade para a resolución dos problemas matemáticos que poidan formularse no exercicio da profesión. En particular, coñecer, entender e utilizar a notación matemática, así como os conceptos básicos que permiten a resolución de ecuacións diferenciais ordinarias para a súa aplicación na resolución de problemas de Enxeñaría Civil.	A1	B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B8 B9 B10 B11 B12 B13 B14 B15 B16 B17 B18 B19	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8

Contidos	
Temas	Subtemas



## 1 Ecuacions Diferenciais de Primeiro Orden

- 1.1. Introducción
  - 1.1.1. Concepto de ecuación diferencial ordinaria, e notas.
  - 1.1.2. Modelaxe de fenómenos naturais en termos de ecuacións matemáticas. Alxébrica, ecuacións diferenciais e funcionais
  - 1.1.3. Orixe do cálculo diferencial: Newton e Leibniz
  - 1.1.4. Exemplos de problemas de Enxeñaría Civil que poden ser escritos en termos de Odes: flambagem de columnas, chemineas movemento oscilatorio en equilibrio, problema de torsión mixta da catenaria, sistemas de resortes de vibración mecánica, ...
- 1.2. Solucións Xerais e solucións particulares. Cauchy problema e problema inverso
- 1.3. Integración de ecuacións diferenciais: Métodos analíticos, gráfica e numérica
- 1.4. Existencia teorema de unicidade de solucións de ecuacións diferenciais ordinarias de primeira orde
  - 1.4.1 O método das aproximacións sucesivas Picard
  - 1.4.2. Teorema de Picard para ecuacións diferenciais de primeira orde
- 1.5. Ecuacións diferenciais nas variables independentes
- 1.6. Ecuacións diferenciais homoxéneas
  - 1.6.2. Funcións homoxéneas
  - 1.6.3. Solución homoxénea de ecuacións diferenciais
- 1.7. Redutíveis a ecuacións diferenciais homoxéneas
- 1.8. Ecuacións diferenciais exactas
- 1.9. Resolvendo ecuacións diferenciais mediante factores de integración
  - 1.9.2. Factores dependentes integración  $x$
  - 1.9.3. Factores integración dependente  $e$
  - 1.9.4. Factores de integración dependente
- 1.10. Ecuación diferencial linear
- 1.11. Ecuación diferencial de Bernoulli
- 1.12. Ecuación diferencial de Riccati
- 1.13. Exemplos de aplicación: problemas xeométricos, cisternas, problemas dinámicos, disolución de substancias, problemas termodinámicas e persecucións.
- 1.14. Non é explícito nas ecuacións de derivadas
  - 1.14.2. Ecuacións solucionáveis
  - 1.14.3. Ecuacións e solucionáveis
  - 1.14.4. Ecuacións solubles  $x$
  - 1.14.5. Ecuacións de Lagrange
  - 1.14.6. Ecuación Clairaut
- 1.15. Curvas e Camiños
  - 1.15.2. E ortogonal isogonal a un feixe de traxectorias en coordenadas cartesianas curvado
  - 1.15.3. Camiños ortogonais a unha viga e curvas isogonal en coordenadas polares
  - 1.15.4. Curvas paralelas para unha determinada curva
  - 1.15.5. Involute curvas para unha dada
  - 1.15.6. Curvas sobre a unha determinada familia
  - 1.15.7. Problemas xeométricos, algunhas curvas planas notables: lemniscata Bernoulli, cardióide, hipociclóide, cissoid de Diocles, Pascal caracol, Ovals de Cassini
  - 1.15.8. Aplicación a problemas relacionados coa enxeñaría: curvas de fluxo a través dunha encoro de terraplén, parábolas seguridade, curvas de fluxo eléctricas entre dúas cargas de igual magnitude e sinal oposto, ...



## 2 Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior

- 2.1. Ecuacións diferenciais lineais
  - 2.1.1. Concepto de ecuación homoxénea e ecuación completa
  - 2.1.2. Aplicación á resolución de problemas da física matemática
  - 2.1.3. Métodos de resolución de ecuacións diferenciais lineais
  - 2.1.4. Teorema de existencia e unicidade de ecuacións lineais: enunciación
- 2.2. Ecuacións lineares de segunda orde
  - 2.2.1. A superposición do teorema
  - 2.2.2. Solución xeral da ecuación diferencial linear homoxénea de segunda orde
  - 2.2.3. A obtención da segunda solución do primeiro
  - 2.2.4. Solución xeral da ecuación completa
  - 2.2.5. Obtendo a solución particular: Método variación do parámetro
- 2.3. Ecuacións lineares de orde  $n$ 
  - 2.3.1. A superposición do teorema
  - 2.3.2. Solución xeral da ecuación diferencial linear de orde  $n$  homoxéneas
  - 2.3.3. Solución xeral da ecuación diferencial linear de orde  $n$  completa
  - 2.3.4. A ecuación diferencial linear con coeficientes constantes
    - 2.3.4.1. Ecuación característica
    - 2.3.4.2. Raíces reais e sinxelo
    - 2.3.4.3. E inmobiliario múltiple
    - 2.3.4.4. Raíces complexas e sinxelo
    - 2.3.4.5. Raíces complexas e múltiples
  - 2.3.5. A obtención de solucións particulares
    - 2.3.5.1. Método dos coeficientes indeterminados
    - 2.3.5.2. Método da variación de parámetros
    - 2.3.5.3. Métodos operativos de Heaviside
      - 2.3.5.3.1. Visión global
      - 2.3.5.3.2. Método de integracións sucesivos
      - 2.3.5.3.3. Método de descomposición fraccións simples
      - 2.3.5.3.4. Método de desenvolvemento Serie polinomiais Operadores
      - 2.3.5.3.5. Regra móbiles exponenciais
- 2.4. A característica de Euler-Cauchy
  - 2.4.1. Ecuación característica asociada coa Euler-Cauchy
  - 2.4.2. Raíces reais e sinxelo
  - 2.4.3. E inmobiliario múltiple
  - 2.4.4. Raíces complexas e sinxelo
  - 2.4.5. Raíces complexas e múltiples
- 2.5. Resolución de outras ecuacións non lineal de orde  $n$ 
  - 2.5.1. Ecuacións de segunda orde en que non aparece  $x$
  - 2.5.2. Ecuacións de segunda orde na que non aparece  $x$
  - 2.5.3. As ecuacións de orde  $n$  na que non aparecen
- 2.6. Solución de problemas libre e vibracións forzadas con e sen amortiguamento, resonancia e billa: Sistemas Mecánicos de resortes, balances patrimoniais en lareiras, principio de Arquímedes, péndulo, ...
- 2.7. Problemas de aplicación: xeométrico, mecánica, eléctrica, cine, ...
- 2.8. Susceptibles problemas de enxeñaría civil a ser resolto pola integración dunha ecuación diferencial de orde superior a un: Cables pesados, antifunicularidad, arcos, ...



3 Resolución de ecuacións diferenciais en MATLAB	3.1 . Introducción ao MATLAB 3.1.1 . Operacións básicas 3.1.2 . Matrices 3.1.3 . Gráficos 3.2 . Programación en MATLAB 3.3 . Resolvendo EDOs 3.3.1 . Ecuacións de primeira orde 3.3.2 . Ecuacións de orde superior 3.3.3 . Métodos numéricos 3.3.4 . Sistemas 3.3.5 . Transformada de Laplace 3.3.6 . Series de Potencias
4 Sistemas de ecuaciones diferenciales	4.1. Introducción aos Sistemas de ecuacións diferenciais 4.1.1. Concepto de sistema de ecuacións diferenciais ordinarias. Problemas de valor inicial 4.1.2. Sistemas de ecuacións lineares de orde $n$ con $m$ ecuacións e incógnitas 4.1.3. Redución de orde na ecuación sistema de $n$ ecuaciones e incógnitas de primeira orde 4.1.4. Redución dun sistema de $n$ e $m$ ecuacións e incógnitas orde, unha de primeira orde con $n \geq m$ ecuacións e incógnitas 4.2. A obtención da solución xeral dun sistema linear de orde $n$ 4.2.1. Superposición teorema solucións de sistemas homoxéneos 4.2.2. Solución xeral dun sistema homoxéneo. Solucións Fundamentais Matrix 4.2.3. Solución xeral dun sistema completo 4.3. A obtención da solución xeral de sistemas homoxéneo de ecuacións diferenciais lineares con coeficientes constantes 4.3.1. Método de Laplace Transform 4.3.2. Método de Disposición 4.3.3. Método de Euler ou os valores propios 4.3.3.1. Introducción 4.3.3.2. Autovalores real simple 4.3.3.3. Valores propios complexos e sinxelo 4.3.3.4. Autovalores reais e múltiples 4.3.3.4.1. Nulo estándar 4.3.3.4.2. Maior que ou igual a un defecto. Concepto de xeneralizadas autovectores 4.4. Obtendo a solución particular de ecuacións diferenciais Sistemas completos 4.4.1. Método da variación de parámetros 4.4.2. Método dos coeficientes indeterminados 4.5. Sistemas de ecuacións diferenciais de Euler-Cauchy 4.6. Problemas de aplicación: depósitos Problemas, problemas mecánicos e eléctricos, problemas xeométricos: curvas epiciclóide e hipocicloide cycloid



5 Transformada de Laplace

- 5.1. Definición da transformada de Laplace ea función Gamma
  - 5.1.1. Definición da transformada de Laplace
  - 5.1.2. Concepto de converxencia da transformada de Laplace
  - 5.1.3. Aplicación da transformada de Laplace á resolución de ecuacións diferenciais ordinarias. Analoxía coa resolución de series de potencia Odes
  - 5.1.4. A Función Gamma
  - 5.1.5. Transformada de Laplace de funcións elementais
- 5.2. Existencia teorema de Laplace Transform. Transformada inversa e linearidade
  - 5.2.1. Concepto de función continua por partes e función de orde exponencial
  - 5.2.2. Existencia teorema de Laplace Transform
  - 5.2.3. Teorema de singularidade da transformación inversa
  - 5.2.4. Linearidade teorema de Laplace Transform
- 5.3. Escala e traducións. Heaviside función chanzo unitario e Función Delta de Dirac
  - 5.3.1. Dimensionamento en t. Compresións e expansións
  - 5.3.2. Tradución ao longo s
  - 5.3.3. Función chanzo unitario Heaviside. Transformado
  - 5.3.4. Tradución xunto t
  - 5.3.5. Delta de Dirac. Transformado
- 5.4. Derivadas e integrais
  - 5.4.1. Transformado por primeira derivada e os derivados sucesivas
  - 5.4.2. Transformar unha integral
  - 5.4.3. Derivado do transformada
  - 5.4.4. Integración do transformada
- 5.5. Transform dunha función periódica
- 5.6. Produto Convolution
  - 5.6.1. Convolution definición do produto de dúas funcións
  - 5.6.2. Propiedades do produto Convolution
- 5.7. Aplicación da transformada de Laplace para a integración de Odes
  - 5.7.1. Problemas de valor inicial. Ecuacións e sistemas
  - 5.7.2. Obtendo inversa transform por fraccións parciais e produto de convolución
  - 5.7.3. Aplicación á resolución de problemas físicos con funcións chanzo e funcións de impulso, problemas eléctricos e mecánicos, ...



6 Resolución de EDOs en Series de Potencias

- 6.1. Introducción
  - 6.1.1. A xustificación para a utilización de series de potencia en resolver Odes
  - 6.1.2. Convergencia das series de potencia
  - 6.1.3. Raio de converxencia
  - 6.1.4. Funcións analítica
- 6.2. Solución serie de potencia de primeira orde ODE
  - 6.2.1. O principio da identidade: enunciación
  - 6.2.2. Procedemento para a obtención de solucións en serie de potencias para ecuacións de primeira orde
- 6.3. Solución en potencias de segunda orde ODE
  - 6.3.1. Puntos regulares e singulares
  - 6.3.2. Teorema de existencia de solucións en serie de potencias sobre puntos comúns: enunciación
  - 6.3.3. Procedemento para a obtención de solucións en serie de potencias sobre puntos comúns
  - 6.3.4. Ecuación diferencial de Legendre
    - 6.3.4.1. A obtención da solución da ecuación en poderes Legendre
    - 6.3.4.2. Polinomios de Legendre
    - 6.3.4.3. Fórmula Rodrigues
  - 6.3.5. Puntos singulares regulares
  - 6.3.6. Teorema da existencia de solucións en serie de Frobenius: enunciación
  - 6.3.7. A obtención de solucións de serie de potencia Odes sobre o punto singular regular: Método de Frobenius
  - 6.3.8. Ecuación diferencial Besel
    - 6.3.8.1. Besel ecuación diferencial a  $y'' + \lambda y = 0$
    - 6.3.8.2. Ecuación diferencial Besel resolución nos poderes
    - 6.3.8.3. Funcións de Besel de primeira e segunda especie
    - 6.3.8.4. Ecuación diferencial de Bessel de orde 0
    - 6.3.8.5. Besel ecuación diferencial de segunda especie
  - 6.3.9. Resolución serie de potencia de ecuacións Chebyshev, Laguerre, Airy, Hermite, hypergeometric Gauss hipergeométrica Kummer
  - 6.3.10. Aplicación á resolución de mecánica, térmica, flambagem de columnas problemas, ...



<p>7 RESOLUCIÓN DE EDOs EN SERIES DE FUNCIONS ORTOGONAIS. SERIES DE FOURIER. PROBLEMAS DE CONTORNO</p>	<p>7.1. Funcións ortogonais</p> <p>7.1.1. Concepto de funcións ortogonais</p> <p>7.1.2. Función estándar e funcións ortonormais</p> <p>7.1.3. Series de Fourier xeneralizada</p> <p>7.1.4. Determinación dos coeficientes de Fourier xeneralizadas</p> <p>7.1.5. Funcións ortogonais en relación a unha función de ponderación</p> <p>7.2. Problemas de valor de contorno. O Sturm-Liouville</p> <p>7.2.1. O problema de Sturm-Liouville. Valores e autofuncións</p> <p>7.2.2. Ortogonalidade teorema</p> <p>7.2.3. Carácter real dos valores propios</p> <p>7.2.4. Estudo da ortogonalidade dos polinomios de Hermite, Laguerre, Legendre e Chevyshev</p> <p>7.2.5. Solución de problemas derivados contorno na teoría do proxecto estrutural. Determinación das cargas críticas de Euler</p> <p>7.3. Series de Fourier</p> <p>7.3.1. Concepto e aplicación de Odes resolver Series de Fourier</p> <p>7.3.2. Serie de Fourier de funcións de período e 2L</p> <p>7.3.3. Determinar os coeficientes de Fourier</p> <p>7.3.4. Teorema converxencia de series de Fourier</p> <p>7.3.5. Serie de Fourier de funcións pares e impares</p> <p>7.3.6. Extensións estrañas e mesmo non-periódicas de funcións</p> <p>7.3.7. Forma complexa da serie de Fourier</p> <p>7.3.8. Resolvendo serie Odes Fourier. Resonancia</p> <p>7.3.9. Resolución de problemas diferenciais xeométricas, mecánicas e eléctricas pola serie de Fourier</p> <p>7.3.10. SF implementación da resolución de problemas relacionados coa Enxeñaría Civil tarxeta deformación, torsión conxunta, alabeo das seccións</p> <p>7.4. Introducción á transformada de Fourier</p> <p>7.4.1. Extensión do concepto de series de Fourier funcións non periódicas</p> <p>7.4.2. Fourier integrante</p> <p>7.4.3. Teorema da integral de Fourier. Enunciación</p> <p>7.4.4. Transformada de Fourier de mama</p> <p>7.4.5. Coseno transformada de Fourier</p> <p>7.4.6. Transformada de Fourier</p> <p>7.4.6.1. Forma complexa da integral de Fourier</p> <p>7.4.6.2. Transformada de Fourier</p>
--	--

### Planificación

Metodoloxías / probas	Competencias / Resultados	Horas lectivas (presenciais e virtuais)	Horas traballo autónomo	Horas totais
Sesión maxistral	A1 B8 B9 B10 B11 B12 B13 B14 B15 B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B16 B17 B18 B19 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	60	60	120



Seminario	A1 B8 B9 B10 B11 B12 B13 B14 B15 B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B16 B17 B18 B19 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	90	0	90
Proba mixta	A1 B8 B9 B10 B11 B12 B13 B14 B15 B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B16 B17 B18 B19 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	0	5	5
Atención personalizada		10	0	10
*Os datos que aparecen na táboa de planificación son de carácter orientativo, considerando a heteroxeneidade do alumnado				

Metodoloxías	
Metodoloxías	Descrición
Sesión maxistral	<p>Estas clases constitúen o corpo principal da práctica docente e ser dedicado tanto á exposición de cuestións teóricas estrictamente relacionados co tema, e resolución de exercicios e cuestións de clase. O calendario das clases teóricas e prácticas pode variar dentro do programa de ensino con base nos requisitos de cada tema, e en calquera caso os alumnos para a fronte para a súa conveniencia.</p> <p>En canto ás conferencias, eles serán expostos como clara e concretamente como sexa posible. Durante a súa presentación, será dirixida, en particular, para o nivel de coñecemento que o alumno ten, no momento da exposición a varios axenda individuo para completar algúns aspectos que, aínda que non estrictamente dependentes do documento pode constituír unha lagoa na coñecemento do alumnado.</p> <p>Eu considero moi importante en calquera das clases ensinadas, o feito de que as clases comezan e terminan en prazo, o que axuda a fortalecer a relación de respecto cos alumnos. Tamén tentar, na medida do posible para expoñer as cuestións nun ton distendido e agradable. A cambio, el pediu por estudantes dun positivo, coidar e actitude activa. Os alumnos insisten regularmente sobre a posibilidade de existencia de dúbidas.</p> <p>Todas as exposicións realizaranse no taboleiro, excepto nalgúns cuestión moi específica, como a explicación dos códigos de programación de algún tempo, caso en que a proxección de transparencias serán utilizados. Durante as exposicións sobre o consello vai coidar de claridade e tamaño da escrita, e giz colorido, sobre todo cando os gráficos son reproducidas ser usado.</p>
Seminario	Foi chamado de clases do seminario a esas prácticas cuxo obxectivo é resolver os problemas do asunto . Ao longo do desenvolvemento do curso os alumnos serán propostas resolver varios problemas cuxo grao de dificultade será semellante ao exame do tema. O profesor colaborará na resolución dos exercicios individuais . As solucións serán recollidos ou, se a data de entrega é proposto . O resultado destes problemas vai axudar a mellorar a nota final do curso. Os seminarios tamén inclúen as clases de MATLAB, que xunto co subministración da correspondente traballo serán obrigatorios.
Proba mixta	Conclusión dun exame escrito con libros e notas que será constituído por un total de cinco exercicios.

Atención personalizada	
Metodoloxías	Descrición
Seminario Proba mixta	Será moi conveniente para desenvolver o cursos o seguimento das tutorías e de las practicas, para acadar un desenvolvemento adecuado na asignatura

Avaliación			
Metodoloxías	Competencias / Resultados	Descrición	Cualificación





Seminario	A1 B8 B9 B10 B11 B12 B13 B14 B15 B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B16 B17 B18 B19 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	Problemas	10
Proba mixta	A1 B8 B9 B10 B11 B12 B13 B14 B15 B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B16 B17 B18 B19 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	Examen escrito	90
Outros			

### Observacións avaliación

### Fontes de información

<b>Bibliografía básica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Edwards C.H., Penney D.E. (1994). Ecuaciones Diferenciales Elementales y Problemas con Condiciones en la Frontera. Prentice Hall Hispanoamericana. Méjico</li> <li>- Kreyszig E. (1993). Advanced Engineering Mathematics . Wiley. Nueva York</li> <li>- Simmons G. F. (1993). Ecuaciones Diferenciales. Con Aplicaciones y Notas Históricas. McGraw-Hill. Madrid</li> <li>- Vellando P. (2002). Colección de problemas resueltos de ecuaciones diferenciales. CopyBelén. Santiago</li> <li>- Vellando P. (2005). Problemas de ecuaciones diferenciales. Aplicaciones a la ingeniería. CopyBelén. Santiago</li> <li>- Zill D.G. (2002). Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. International Thomson Editores. Méjico</li> <li>- Puig Adam P. (1980). Ecuaciones diferenciales . Nuevas Gráficas</li> </ul>
<b>Bibliografía complementaria</b>	

### Recomendacións

#### Materias que se recomenda ter cursado previamente

Cálculo infinitesimal I/632G02001  
Cálculo infinitesimal II/632G02002  
Física aplicada I/632G02004  
Física aplicada II/632G02005  
Álgebra lineal I/632G02007  
Álgebra lineal II/632G02008

#### Materias que se recomenda cursar simultaneamente

#### Materias que continúan o temario

#### Observacións

(\*A Guía docente é o documento onde se visualiza a proposta académica da UDC. Este documento é público e non se pode modificar, salvo casos excepcionais baixo a revisión do órgano competente dacordo coa normativa vixente que establece o proceso de elaboración de guías