



| Guia docente          |                                                                                                                              |                    |                                                                                                             |           |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Datos Identificativos |                                                                                                                              |                    | 2021/22                                                                                                     |           |
| Asignatura (*)        | Ecuaciones diferenciales                                                                                                     |                    | Código                                                                                                      | 632G02017 |
| Titulación            | Grao en Tecnoloxía da Enxeñaría Civil                                                                                        |                    |                                                                                                             |           |
| Descriptor            |                                                                                                                              |                    |                                                                                                             |           |
| Ciclo                 | Periodo                                                                                                                      | Curso              | Tipo                                                                                                        | Créditos  |
| Grado                 | Anual                                                                                                                        | Segundo            | Formación básica                                                                                            | 9         |
| Idioma                | Inglés                                                                                                                       |                    |                                                                                                             |           |
| Modalidad docente     | Presencial                                                                                                                   |                    |                                                                                                             |           |
| Prerrequisitos        |                                                                                                                              |                    |                                                                                                             |           |
| Departamento          | Matemáticas                                                                                                                  |                    |                                                                                                             |           |
| Coordinador/a         | Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal, Pablo                                                                                 | Correo electrónico | pablo.rodriguez-vellando@udc.es                                                                             |           |
| Profesorado           | Colominas Ezponda, Ignasi<br>Dominguez Perez, Xabier E.<br>París López, José<br>Rodríguez-Vellando Fernández-Carvajal, Pablo | Correo electrónico | ignacio.colominas@udc.es<br>xabier.dominguez@udc.es<br>jose.paris@udc.es<br>pablo.rodriguez-vellando@udc.es |           |
| Web                   | caminos.udc.es/info/asignaturas/201                                                                                          |                    |                                                                                                             |           |
| Descripción general   | Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias                                                                            |                    |                                                                                                             |           |



## Plan de contingencia

### 1 Modificacións nos contidos

SIN CAMBIOS

### 2 Metodoloxías

? Metodoloxías docentes que se manteñen

TODAS LAS NO ESPECIFICADAS ABAJO

? Metodoloxías docentes que se modifican

LAS CLASES SE IMPARTIRÍAN EN TEAMS CON APOYO EN MOODLE Y PVELLANDO@UDC.ES. LAS PRACTICAS DE LABORATORIO NUMÉRICO (MATLAB) SE IMPARTIRÍAN EN TEAMS PERO SE ELIMINARÍA SU OBLIGATORIEDAD

### 3 Mecanismos de atención personalizada ao alumnado

Ferramenta Temporalización

TEAMS: HORAS HABITUALES DE CLASE Y TUTORIAS PERSONALIZADAS A DEMANDA

MOODLE: DOCUMENTACION ADICIONAL Y RESEÑAS SEMANALES DE LO EXPUESTO EN TEAMS

PVELLANDO@UDC.ES: A DEMANDA

### 4. Modificacións na avaliación

#### 4.1. EXÁMENES PARCIALES NO PRESENCIALES

PESO SIN CAMBIOS, DESCRIPCIÓN:

EXAMEN NO PRESENCIAL ESCRITO Y ORAL SEGÚN NORMAS ADJUNTAS

#### 4.2 EXAMEN FINAL NO PRESENCIAL

PESO SIN CAMBIOS, DESCRIPCIÓN: EXAMEN NO PRESENCIAL ESCRITO Y ORAL SEGÚN NORMAS ADJUNTAS

Observacións de avaliación:

Normas excepcionales de los parciales no presenciales de la asignatura Ecuaciones Diferenciales en caso de contingencia

? El examen tendrá lugar en la plataforma Teams en la hora y día previstos por la comisión docente de la ETSICCP. Se acompañará a la finalización del mismo, de la declaración de honor propuesta por la dirección en los términos que se adjuntan más abajo.

? Estará dividido en seis ejercicios cortos de unos 15' de duración cada uno, para los cuales se podrá utilizar todo tipo de libros y apuntes.

? Al final de cada ejercicio se hará una fotografía con el móvil y se enviará a la dirección pvellando@udc.es con el asunto apellido1apellido2numerodeejercicio (xej: perezmartinez4).

? Es obligatorio escribir sólo en UNA cara de un folio. Se recomienda utilizar lápiz en lugar de bolígrafo.

? A la finalización de la parte escrita, se hará una prueba oral individual de 20' de duración al respecto de lo escrito por cada uno de los alumnos. Su horario particularizado se comunicará antes de la finalización de la prueba escrita.

Normas excepcionales de los exámenes finales no presenciales de la asignatura Ecuaciones Diferenciales en caso de contingencia

? Los exámenes tendrán lugar en la plataforma Teams en la hora y día previstos por la comisión docente de la Escuela de Caminos, y se acompañarán a la finalización del mismo, de la declaración de honor propuesta por la dirección en los términos que se adjuntan más abajo.



? Estarán divididos en diez ejercicios cortos de unos 15' de duración cada uno, para los cuales se podrá utilizar todo tipo de libros y apuntes.

? Al final de cada ejercicio se hará una fotografía con el móvil y se enviará a la dirección pvellando@udc.es con el asunto apellido1apellido2numerodeejercicio (xej: perezmartinez4).

? Es obligatorio escribir sólo en UNA cara de un folio. Se recomienda utilizar lápiz en lugar de bolígrafo.

? A la finalización de la parte escrita, se hará una prueba oral individual de 30' de duración en relación a lo escrito por cada uno de los alumnos. El horario particularizado de la prueba oral será comunicado antes de la finalización de la parte escrita.

Declaración de honor

D./Dña. \_\_\_\_\_

estudiante de la asignatura \_\_\_\_\_

del Grado/Máster \_\_\_\_\_

declara por su honor que ha realizado el examen de esta asignatura de forma individual, sin ayuda de otras personas y respetando las normas y los tiempos establecidos para cada pregunta

Lugar, fecha y firma

5 Modificacións da bibliografía ou webgrafía

SIN MODIFICACIONES



## Competencias del título

| Código | Competencias del título                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A1     | Capacidad para plantear y resolver los problemas matemáticos que puedan plantearse en el ejercicio de la profesión. En particular, conocer, entender y utilizar la notación matemática, así como los conceptos y técnicas del álgebra y del cálculo infinitesimal, los métodos analíticos que permiten la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, la geometría diferencial clásica y la teoría de campos, para su aplicación en la resolución de problemas de Ingeniería Civil. |
| B1     | Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio                                                                                                                                                           |
| B2     | Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio                                                                                                                                                                                                                                                 |
| B3     | Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| B4     | Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| B5     | Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| B6     | Resolver problemas de forma efectiva.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| B7     | Aplicar un pensamiento crítico, lógico y creativo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| B8     | Trabajar de forma colaborativa.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| B9     | Comportarse con ética y responsabilidad social como ciudadano y como profesional.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| B10    | Comunicarse de manera efectiva en un entorno de trabajo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| B11    | Entender y aplicar el marco legal de la disciplina.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| B12    | Comprensión de la necesidad de actuar de forma enriquecedora sobre el medio ambiente contribuyendo al desarrollo sostenible.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| B13    | Comprensión de la necesidad de analizar la historia para entender el presente.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| B14    | Capacidad para organizar y dirigir equipos de trabajo así como de integrarse en equipos multidisciplinares.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| B15    | Claridad en la formulación de hipótesis.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| B16    | Capacidad de autoaprendizaje mediante la inquietud por buscar y adquirir nuevos conocimientos, potenciando el uso de las nuevas tecnologías de la información y así poder enfrentarse adecuadamente a situaciones nuevas.                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| B17    | Capacidad para aumentar la calidad en el diseño gráfico de las presentaciones de trabajos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| B18    | Capacidad para aplicar conocimientos básicos en el aprendizaje de conocimientos tecnológicos y en su puesta en práctica.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| B19    | Capacidad de realizar pruebas, ensayos y experimentos, analizando, sintetizando e interpretando los resultados.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| C1     | Expresarse correctamente, tanto de forma oral como por escrito, en las lenguas oficiales de la comunidad autónoma.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| C2     | Dominar la expresión y la comprensión de forma oral y escrita de un idioma extranjero.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| C3     | Utilizar las herramientas básicas de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) necesarias para el ejercicio de su profesión y para el aprendizaje a lo largo de su vida.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| C4     | Desarrollarse para el ejercicio de una ciudadanía abierta, culta, crítica, comprometida, democrática y solidaria, capaz de analizar la realidad, diagnosticar problemas, formular e implantar soluciones basadas en el conocimiento y orientadas al bien común.                                                                                                                                                                                                                                                     |
| C5     | Entender la importancia de la cultura emprendedora y conocer los medios al alcance de las personas emprendedoras.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| C6     | Valorar críticamente el conocimiento, la tecnología y la información disponible para resolver los problemas con los que deben enfrentarse.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| C7     | Asumir como profesional y ciudadano la importancia del aprendizaje a lo largo de la vida.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| C8     | Valorar la importancia que tiene la investigación, la innovación y el desarrollo tecnológico en el avance socioeconómico y cultural de la sociedad.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

## Resultados de aprendizaje

| Resultados de aprendizaje | Competencias del título |
|---------------------------|-------------------------|
|---------------------------|-------------------------|



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |                                                                                                                          |                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Capacidad para resolver problemas matemáticos que puedan plantearse en el ejercicio de la profesión. En particular, conocer y entender la notación matemática, así como los elementos básicos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias para su aplicación en la resolución de problemas de Ingeniería Civil | A1 | B1<br>B2<br>B3<br>B4<br>B5<br>B6<br>B7<br>B8<br>B9<br>B10<br>B11<br>B12<br>B13<br>B14<br>B15<br>B16<br>B17<br>B18<br>B19 | C1<br>C2<br>C3<br>C4<br>C5<br>C6<br>C7<br>C8 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|

| Contenidos |         |
|------------|---------|
| Tema       | Subtema |



## 1 Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

### 1.1. Introducción

1.1.1. Concepto de ecuación diferencial ordinaria, orden y grado.

1.1.2. Modelación de los fenómenos de la naturaleza en términos de ecuaciones matemáticas. Ecuaciones algebraicas, diferenciales y funcionales

1.1.3. Origen del cálculo diferencial: Newton y Leibniz

1.1.4. Ejemplos de problemas de la Ingeniería Civil susceptibles de ser escritos en términos de EDOs: Pandeo de pilares, movimiento oscilatorio en chimeneas de equilibrio, torsión mixta, problema de la catenaria, vibración de sistemas mecánicos de muelles,...

1.2. Soluciones generales y soluciones particulares. Problema de Cauchy y problema inverso

1.3. Integración de ecuaciones diferenciales: Métodos analíticos, gráficos y numéricos

1.4. Teorema de existencia de unicidad de soluciones de EDOs de primer orden

1.4.1 El método de las aproximaciones sucesivas de Picard

1.4.2. Teorema de Picard para ecuaciones diferenciales de primer orden

1.5. Ecuaciones diferenciales en variables separadas

1.6. Ecuaciones diferenciales homogéneas

1.6.2. Funciones homogéneas

1.6.3. Solución de ecuaciones diferenciales homogéneas

1.7. Ecuaciones diferenciales reducibles a homogéneas

1.8. Ecuaciones diferenciales exactas

1.9. Resolución de ecuaciones diferenciales mediante el uso de factores de integración

1.9.2. Factores de integración que dependen de  $x$

1.9.3. Factores de integración que dependen de  $y$

1.9.4. Factores de integración que dependen de

1.10. Ecuación diferenciales lineales

1.11. Ecuación diferencial de Bernoulli

1.12. Ecuación diferencial de Ricatti

1.13. Ejemplos de aplicación: Problemas geométricos, de vaciado de depósitos, problemas dinámicos, de disolución de sustancias, problemas termodinámicos y de persecuciones.

1.14. Ecuaciones no explícitas en la derivada

1.14.2. Ecuaciones resolubles en

1.14.3. Ecuaciones resolubles en  $y$

1.14.4. Ecuaciones resolubles en  $x$

1.14.5. Ecuaciones de Lagrange

1.14.6. Ecuación de Clairaut

1.15. Curvas y Trayectorias

1.15.2. Trayectorias ortogonales e isogonales a un haz de curvas en coordenadas cartesianas

1.15.3. Trayectorias ortogonales e isogonales a un haz de curvas en coordenadas polares

1.15.4. Curvas paralelas a una curva dada

1.15.5. Curvas envolventes a una dada

1.15.6. Curvas envolventes a una familia dada

1.15.7. Problemas geométricos, algunas curvas planas notables: Lemniscata de Bernoulli, Cardiode, Hipocicloide, Cisoide de Diocles, Caracol de Pascal, Óvalos de Cassini

1.15.8. Aplicación a problemas relacionados con la ingeniería: Curvas de flujo a



través de una presa de materiales sueltos, parábolas de seguridad, curvas de flujo eléctrico entre dos cargas de igual magnitud y signo opuesto,...



## 2 Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior

- 2.1. Ecuaciones diferenciales lineales
  - 2.1.1. Concepto. Ecuación homogénea y ecuación completa
  - 2.1.2. Aplicación a la resolución de problemas de la física matemática
  - 2.1.3. Métodos de resolución de las ecuaciones diferenciales lineales
  - 2.1.4. Teorema de existencia y unicidad de las ecuaciones lineales: Enunciación
- 2.2. Ecuaciones lineales de orden dos
  - 2.2.1. Teorema de superposición
  - 2.2.2. Solución general de la ecuación diferencial lineal homogénea de orden dos
  - 2.2.3. Obtención de la segunda solución a partir de la primera
  - 2.2.4. Solución general de la ecuación completa
  - 2.2.5. Obtención de la solución particular: Método de la variación de parámetros
- 2.3. Ecuaciones lineales de orden  $n$ 
  - 2.3.1. Teorema de superposición
  - 2.3.2. Solución general de la ecuación diferencial lineal de orden  $n$  homogénea
  - 2.3.3. Solución general de la ecuación diferencial lineal de orden  $n$  completa
  - 2.3.4. Ecuación lineal homogénea con coeficientes constantes
    - 2.3.4.1. Ecuación característica
    - 2.3.4.2. Raíces reales y simples
    - 2.3.4.3. Raíces reales y múltiples
    - 2.3.4.4. Raíces complejas y simples
    - 2.3.4.5. Raíces complejas y múltiples
  - 2.3.5. Obtención de soluciones particulares
    - 2.3.5.1. Método de los Coeficientes Indeterminados
    - 2.3.5.2. Método de la Variación de Parámetros
    - 2.3.5.3. Métodos Operacionales de Heaviside
      - 2.3.5.3.1. Generalidades
      - 2.3.5.3.2. Método de las Integraciones Sucesivas
      - 2.3.5.3.3. Método de la Descomposición en Fracciones Simples
      - 2.3.5.3.4. Método del Desarrollo en Serie de Operadores Polinómicos
      - 2.3.5.3.5. Regla del Desplazamiento Exponencial
- 2.4. La ecuación de Euler-Cauchy
  - 2.4.1. Ecuación característica asociada a la ecuación de Euler-Cauchy
  - 2.4.2. Raíces reales y simples
  - 2.4.3. Raíces reales y múltiples
  - 2.4.4. Raíces complejas y simples
  - 2.4.5. Raíces complejas y múltiples
- 2.5. Resolución de otras ecuaciones de orden  $n$  no lineales
  - 2.5.1. Ecuaciones de segundo orden en las que no aparece  $y$
  - 2.5.2. Ecuaciones de segundo orden en las que no aparece  $x$
  - 2.5.3. Ecuaciones de orden  $n$  en las que no aparecen
- 2.6. Resolución de problemas de vibraciones libres y forzadas, con y sin amortiguamiento, resonancia y pulsación: Sistemas mecánicos de muelles, oscilaciones en chimeneas de equilibrio, principio de Arquímedes, péndulos,...
- 2.7. Problemas de aplicación: geométricos, mecánicos, eléctricos, cinemáticos,...
- 2.8. Problemas de ingeniería civil susceptibles de ser resueltos mediante la integración de una ecuación diferencial de orden superior a uno: Cables pesados, antifunicularidad, arcos,...



|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3 Resolución de EDOs en MATLAB         | <ul style="list-style-type: none"><li>3.1. Introducción a MATLAB<ul style="list-style-type: none"><li>3.1.1. Operaciones básicas</li><li>3.1.2. Matrices</li><li>3.1.3. Gráficos</li></ul></li><li>3.2. Programación en MATLAB</li><li>3.3. Resolución de EDOs<ul style="list-style-type: none"><li>3.3.1. Ecuaciones de primer orden</li><li>3.3.2. Ecuaciones de orden superior</li><li>3.3.3. Métodos numéricos</li><li>3.3.4. Sistemas</li><li>3.3.5. Transformada de Laplace</li><li>3.3.6. Series de Potencias</li></ul></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 4 Sistemas de ecuaciones diferenciales | <ul style="list-style-type: none"><li>4.1. Introducción a los Sistemas de Ecuaciones Diferenciales<ul style="list-style-type: none"><li>4.1.1. Concepto de Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Problemas de valor inicial</li><li>4.1.2. Sistemas de ecuaciones lineales de orden <math>n</math> con <math>m</math> ecuaciones e incógnitas</li><li>4.1.3. Reducción de una ecuación de orden <math>n</math> a un sistema de <math>n</math> ecuaciones e incógnitas de primer orden</li><li>4.1.4. Reducción de un sistema de orden <math>n</math> y <math>m</math> ecuaciones e incógnitas, a uno de primer orden con <math>n \cdot m</math> ecuaciones e incógnitas</li></ul></li><li>4.2. Obtención de la solución general de un sistema lineal de orden uno<ul style="list-style-type: none"><li>4.2.1. Teorema de superposición de soluciones de sistemas homogéneos</li><li>4.2.2. Solución general de un sistema homogéneo. Matriz Fundamental de Soluciones</li><li>4.2.3. Solución general de un sistema completo</li></ul></li><li>4.3. Obtención de la solución general de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales homogéneos y de coeficientes constantes<ul style="list-style-type: none"><li>4.3.1. Método de la Transformada de Laplace</li><li>4.3.2. Método de Eliminación</li><li>4.3.3. Método de Euler o de los Valores Propios<ul style="list-style-type: none"><li>4.3.3.1. Introducción</li><li>4.3.3.2. Autovalores reales y simples</li><li>4.3.3.3. Autovalores complejos y simples</li><li>4.3.3.4. Autovalores reales y múltiples<ul style="list-style-type: none"><li>4.3.3.4.1. Defecto nulo</li><li>4.3.3.4.2. Defecto mayor ó igual a uno. Concepto de Autovectores Generalizados</li></ul></li></ul></li></ul></li><li>4.4. Obtención de la solución particular de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Completos<ul style="list-style-type: none"><li>4.4.1. Método de la Variación de Parámetros</li><li>4.4.2. Método de los Coeficientes Indeterminados</li></ul></li><li>4.5. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales de Euler-Cauchy</li><li>4.6. Problemas de Aplicación: Problemas de depósitos, problemas mecánicos y eléctricos, problemas geométricos: curvas epicicloide, hipocicloide y cicloide</li></ul> |



## 5 Transformada de Laplace

- 5.1. Definición de la Transformada de Laplace y de la Función Gamma
  - 5.1.1. Definición de la Transformada de Laplace
  - 5.1.2. Concepto de convergencia de la Transformada de Laplace
  - 5.1.3. Aplicación de la Transformada de Laplace a la resolución de EDOs. Analogía con la resolución de EDOs en Series de Potencias
  - 5.1.4. La Función Gamma
  - 5.1.5. Transformada de Laplace de funciones elementales
- 5.2. Teorema de existencia de la Transformada de Laplace. Transformada inversa y linealidad
  - 5.2.1. Concepto de función continua por partes y de función de orden exponencial
  - 5.2.2. Teorema de existencia de la Transformada de Laplace
  - 5.2.3. Teorema de unicidad de la transformada inversa
  - 5.2.4. Teorema de linealidad de la Transformada de Laplace
- 5.3. Cambio de escala y traslaciones. Función Escalón Unitario de Heaviside y Función Delta de Dirac
  - 5.3.1. Cambio de escala en t. Compresiones y dilataciones
  - 5.3.2. Traslación a lo largo de s
  - 5.3.3. Función Escalón Unitario de Heaviside. Transformada
  - 5.3.4. Traslación a lo largo de t
  - 5.3.5. Función Delta de Dirac. Transformada
- 5.4. Derivadas e Integrales
  - 5.4.1. Transformada de la primera derivada y de las derivadas sucesivas
  - 5.4.2. Transformada de una integral
  - 5.4.3. Derivada de la transformada
  - 5.4.4. Integración de la transformada
- 5.5. Transformada de una función periódica
- 5.6. Producto de convolución
  - 5.6.1. Definición del producto de convolución de dos funciones
  - 5.6.2. Propiedades del producto de convolución
- 5.7. Aplicación de la Transformada de Laplace a la integración de EDOs
  - 5.7.1. Problemas de valor inicial. Ecuaciones y sistemas
  - 5.7.2. Obtención de transformadas inversas por descomposición en fracciones simples y producto de convolución
  - 5.7.3. Aplicación a la resolución de problemas físicos con funciones escalón y funciones impulso, problemas eléctricos y mecánicos,...



## 6 Resolución de EDOs en Series de Potencias

### 6.1. Introducción

6.1.1. Justificación del uso de las Series de Potencias en la resolución de EDOs

6.1.2. Convergencia de Series de Potencias

6.1.3. Radio de convergencia

6.1.4. Funciones analíticas

6.2. Solución en Serie de Potencias de EDO de primer orden

6.2.1. El principio de identidad: enunciación

6.2.2. Procedimiento de obtención de soluciones en Serie de Potencias para ecuaciones de primer orden

6.3. Solución en Serie de Potencias de EDO de segundo orden

6.3.1. Puntos ordinarios y singulares

6.3.2. Teorema de existencia de soluciones en Serie de Potencias alrededor de puntos ordinarios: Enunciación

6.3.3. Procedimiento de obtención de soluciones en Serie de Potencias alrededor de puntos ordinarios

6.3.4. Ecuación diferencial de Legendre

6.3.4.1. Obtención de la solución de la Ecuación de Legendre en Serie de Potencias

6.3.4.2. Polinomios de Legendre

6.3.4.3. Fórmula de Rodrigues

6.3.5. Puntos singulares regulares

6.3.6. Teorema de existencia de soluciones en Serie de Frobenius: enunciación

6.3.7. Obtención de soluciones de EDOs en Serie de Potencias alrededor de puntos singulares regulares: Método de Frobenius

6.3.8. Ecuación Diferencial de Bessel

6.3.8.1. Ecuación Diferencial de Bessel de orden  $\alpha$

6.3.8.2. Resolución de la Ecuación Diferencial de Bessel en Serie de Potencias

6.3.8.3. Funciones de Bessel de primera y segunda especie

6.3.8.4. La Ecuación Diferencial de Bessel de orden 0

6.3.8.5. Ecuación Diferencial de Bessel de segunda especie

6.3.9. Resolución en Serie de Potencias de las Ecuaciones de Chebyshev, Laguerre, Airy, Hermite, hipergeométrica de Gauss, hipergeométrica de Kummer

6.3.10. Aplicación a la resolución de problemas mecánicos, térmicos, pandeo de pilares,...



|                                                                                                   |                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7 RESOLUCIÓN DE EDOs EN SERIES DE FUNCIONES ORTOGONALES. SERIES DE FOURIER. PROBLEMAS DE CONTORNO | 7.1. Funciones ortogonales                                                                                                                                |
|                                                                                                   | 7.1.1. Concepto de funciones ortogonales                                                                                                                  |
|                                                                                                   | 7.1.2. Norma de una función y funciones ortonormales                                                                                                      |
|                                                                                                   | 7.1.3. Series Generalizadas de Fourier                                                                                                                    |
|                                                                                                   | 7.1.4. Determinación de los coeficientes generalizados de Fourier                                                                                         |
|                                                                                                   | 7.1.5. Funciones ortogonales con respecto de una función de ponderación                                                                                   |
|                                                                                                   | 7.2. Problemas de contorno. El problema de Sturm-Liouville                                                                                                |
|                                                                                                   | 7.2.1. El problema de Sturm-Liouville. Autovalores y autofunciones                                                                                        |
|                                                                                                   | 7.2.2. Teorema de Ortogonalidad                                                                                                                           |
|                                                                                                   | 7.2.3. Carácter real de los valores propios                                                                                                               |
|                                                                                                   | 7.2.4. Estudio de la ortogonalidad de los polinomios de Hermite, Laguerre, Legendre y Chevyshev                                                           |
|                                                                                                   | 7.2.5. Resolución de problemas de contorno que surgen en la teoría del cálculo de estructuras. Determinación de las cargas críticas de Euler              |
|                                                                                                   | 7.3. Series de Fourier                                                                                                                                    |
|                                                                                                   | 7.3.1. Concepto de Serie de Fourier y aplicación a la resolución de EDOs                                                                                  |
|                                                                                                   | 7.3.2. Series de Fourier de funciones de periodo $2L$                                                                                                     |
|                                                                                                   | 7.3.3. Determinación de los coeficientes de Fourier                                                                                                       |
|                                                                                                   | 7.3.4. Teorema de Convergencia de las Series de Fourier                                                                                                   |
|                                                                                                   | 7.3.5. Series de Fourier de funciones pares e impares                                                                                                     |
|                                                                                                   | 7.3.6. Extensiones pares e impares de funciones no periódicas                                                                                             |
|                                                                                                   | 7.3.7. Forma compleja de las series de Fourier                                                                                                            |
|                                                                                                   | 7.3.8. Solución de EDOs en serie de Fourier. Resonancia                                                                                                   |
|                                                                                                   | 7.3.9. Resolución de problemas diferenciales geométricos, mecánicos y eléctricos mediante las series de Fourier                                           |
|                                                                                                   | 7.3.10. Aplicación de las SF a la resolución de problemas relacionados con la Ingeniería Civil: deformación de placas, torsión mixta, alabeo de secciones |
|                                                                                                   | 7.4. Introducción a la Transformada de Fourier                                                                                                            |
|                                                                                                   | 7.4.1. Extensión del concepto de Serie de Fourier a funciones no periódicas                                                                               |
|                                                                                                   | 7.4.2. Integral de Fourier                                                                                                                                |
|                                                                                                   | 7.4.3. Teorema de la Integral de Fourier. Enunciación                                                                                                     |
|                                                                                                   | 7.4.4. Transformada del seno de Fourier                                                                                                                   |
|                                                                                                   | 7.4.5. Transformada del coseno de Fourier                                                                                                                 |
|                                                                                                   | 7.4.6. La Transformada de Fourier                                                                                                                         |
|                                                                                                   | 7.4.6.1. Forma compleja de la Integral de Fourier                                                                                                         |
|                                                                                                   | 7.4.6.2. Transformada de Fourier                                                                                                                          |

## Planificación

| Metodologías / pruebas | Competencias                                                                                                 | Horas presenciales | Horas no presenciales / trabajo autónomo | Horas totales |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------|---------------|
| Sesión magistral       | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | 60                 | 60                                       | 120           |



|                                                                                                                                   |                                                                                                              |    |   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|----|
| Seminario                                                                                                                         | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | 90 | 0 | 90 |
| Prueba mixta                                                                                                                      | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | 0  | 5 | 5  |
| Atención personalizada                                                                                                            |                                                                                                              | 10 | 0 | 10 |
| (*)Los datos que aparecen en la tabla de planificación són de carácter orientativo, considerando la heterogeneidad de los alumnos |                                                                                                              |    |   |    |

| Metodologías     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Metodologías     | Descripción                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Sesión magistral | <p>Estas clases constituyen el cuerpo principal del ejercicio docente y estarán dedicadas tanto a la exposición de los temas estrictamente teóricos relacionados con la asignatura, como a la resolución de ejercicios y problemas de clase. La distribución temporal de las clases teóricas y prácticas irá variando dentro del horario docente en función de los requerimientos de cada tema, y será en cualquier caso adelantada a los alumnos para su mayor comodidad.</p> <p>En cuanto a las clases teóricas, estas serán expuestas con la mayor claridad y concreción posible. Durante su exposición, se atenderá en particular al nivel de conocimientos que el alumno posee en el momento de exponer los distintos particulares del temario, para completar en su caso algún aspecto que, aunque no siendo estrictamente materia de la signatura, pueda constituir una laguna en los conocimientos del colectivo de estudiantes.</p> <p>Considero muy importante en cualquiera de las clases que se imparten, el hecho de comenzar y finalizar las clases con puntualidad, lo cual contribuye a afianzar la relación de respeto con los alumnos. También se intenta en la medida de lo posible exponer los temas en un tono distendido, cordial. A cambio, se solicita por parte de los alumnos una actitud positiva, atenta y activa. Se insiste a los alumnos periódicamente sobre la posibilidad de existencia de alguna duda.</p> <p>Todas las exposiciones se realizarán en la pizarra, salvo en el caso de alguna cuestión muy particular, como la explicación de códigos de programación de cierta extensión, en cuyo caso se utilizará la proyección de transparencias. Durante las exposiciones en la pizarra se cuidará de la claridad y del tamaño de la escritura, y se utilizarán las tizas de color, especialmente cuando se reproduzcan gráficos.</p> |
| Seminario        | Se ha denominado seminario a aquellas clases prácticas cuyo objetivo consiste en la resolución de problemas de la asignatura. A lo largo del desarrollo de la asignatura se propondrá a los alumnos la resolución de diversos problemas cuyo grado de dificultad será similar al de los exámenes de la asignatura. El profesor colaborará en la resolución de los ejercicios de forma personalizada. Las soluciones serán recogidas o en su caso se propondrá una fecha de entrega. El resultado de esos problemas contribuirá a mejorar la nota final en la asignatura. Los seminarios también incluirán las clases de MATLAB, que junto con la entrega del trabajo correspondiente serán obligatorios.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Prueba mixta     | Realización de un examen escrito, con formulario, que estará constituido por un total de cinco ejercicios.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

| Atención personalizada    |                                                                                                                                                         |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Metodologías              | Descripción                                                                                                                                             |
| Seminario<br>Prueba mixta | Será muy conveniente el desarrollo de tutorías para la elaboración de las hojas de problemas para conseguir así una correcta evolución en la asignatura |

| Evaluación |
|------------|
|------------|



| Metodoloxías | Competencias                                                                                                 | Descrición     | Calificación |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|--------------|
| Seminario    | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | Problemas      | 10           |
| Prueba mixta | A1 B8 B9 B10 B11<br>B12 B13 B14 B15 B1<br>B2 B3 B4 B5 B6 B7<br>B16 B17 B18 B19 C1<br>C2 C3 C4 C5 C6 C7<br>C8 | Examen escrito | 90           |
| Otros        |                                                                                                              |                |              |

## Observacións avaliación

## Fuentes de información

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Básica</b>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Edwards C.H., Penney D.E. (1994). Ecuaciones Diferenciales Elementales y Problemas con Condiciones en la Frontera. Prentice Hall Hispanoamericana. Méjico</li> <li>- Kreyszig E. (1993). Advanced Engineering Mathematics . Wiley. Nueva York</li> <li>- Simmons G. F. (1993). Ecuaciones Diferenciales. Con Aplicaciones y Notas Históricas. McGraw-Hill. Madrid</li> <li>- Vellando P. (2002). Colección de problemas resueltos de ecuaciones diferenciales. CopyBelén. Santiago</li> <li>- Vellando P. (2005). Problemas de ecuaciones diferenciales. Aplicaciones a la ingeniería. CopyBelén. Santiago</li> <li>- Zill D.G. (2002). Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. International Thomson Editores. Méjico</li> <li>- Puig Adam P. (1980). Ecuaciones diferenciales . Nuevas Gráficas</li> </ul> |
| <b>Complementaria</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

## Recomendacións

### Asignaturas que se recomenda haber cursado previamente

Cálculo infinitesimal I/632G02001  
 Cálculo infinitesimal II/632G02002  
 Física aplicada I/632G02004  
 Física aplicada II/632G02005  
 Álgebra lineal I/632G02007  
 Álgebra lineal II/632G02008

### Asignaturas que se recomenda cursar simultaneamente

### Asignaturas que continúan el temario

### Otros comentarios

(\*) La Guía Docente es el documento donde se visualiza la proposta académica de la UDC. Este documento es público y no se puede modificar, salvo cosas excepcionales baixo la revisión del órgano competente de acordo a la normativa vigente que establece el proceso de elaboración de guías